

Tania Plazas,
Carmen Samper

Universidad Pedagógica Nacional. (Colombia)

tplazas@pedagogica.edu.co,
csamper@pedagogica.edu.co

EDUCACIÓN MATEMÁTICA



¿CÓMO DEBE ACTUAR EL PROFESOR PARA PROMOVER ACTIVIDAD DEMOSTRATIVA CON ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO?

Resumen.

En esta comunicación, queremos presentar los resultados del trabajo de grado (Ospina & Plazas, 2011) para optar por el título de Magister en Docencia de la Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), elaborado por Tania Plazas y Tatiana Ospina, asesorado por Carmen Samper. En esta se presentan ejemplos de las acciones de la actividad demostrativa realizadas por estudiantes de grado sexto y las acciones que realiza la profesora para favorecerla. La actividad demostrativa es de acuerdo a la concepción asignada por el grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría, $\mathcal{A} \cdot G$, de la UPN. Con esta propuesta pretendemos que la demostración tenga presencia real en el aula de clase escolar.

Summary.

In this paper, we show the results of the thesis (Ospina & Plazas, 2011) to obtain the title of Masters in Mathematics Teaching of the Universidad Pedagógica Nacional, by Tania Plazas and Tatiana Ospina, advised by Carmen Samper. In this document, we show examples of the actions of the proof activity of the sixth grade students do. And the actions teachers did to do proof activity in the class. The proof activity, according to the conception assigned to it by the research group Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría, $\mathcal{A} \cdot G$ of the UPN. Our proposal aims show a real presence in the classroom school class.

Palabras clave: Actividad demostrativa, acciones del profesor, estudiantes de grado sexto, tareas.

Key Works: Proof activity, teacher actions, sixth grade students, tasks.

Introducción

Como resultados de diferentes investigaciones y trabajos con estudiantes universitarios, el grupo $\mathcal{A} \cdot G$, del Departamento de Matemáticas de la UPN desarrolló el constructo llamado *actividad demostrativa* el cual tiene como fin el aprendizaje de la demostración, por parte de los estudiantes. Como el constructo fue desarrollado a partir del trabajo del trabajo con estudiantes de nivel universitario, en el grupo de investigación surgió el interés de ver la viabilidad de desarrollarlo con estudiantes a nivel escolar. Por tanto, decidimos, como trabajo de grado tratar de implementar algunas acciones de la actividad demostrativa en a nivel escolar, específicamente en sexto grado, durante el proceso que desarrollan para resolver un problema geométrico. Una vez logrado este objetivo, se analizaron las acciones que el profesor realizaba para poderlo propiciar.

Referentes teóricos

En este apartado presentamos una síntesis de los referentes teóricos utilizados para sustentar el trabajo realizado.

Actividad demostrativa.

Para describir este constructo nos basamos en Camargo, Samper & Perry (2005), quienes afirma que el constructo está conformado por dos procesos: el proceso de construcción de conjeturas y el proceso de justificación. En el primero se descubre un hecho geométrico y en el segundo se justifica utilizando un sistema teórico ya conformado, con el fin de que el hecho geométrico, finalmente, haga parte del sistema.

Acciones que conforman el proceso construcción de conjeturas. Este proceso está determinado por cuatro acciones, que llevan a descubrir y comunicar el hecho geométrico descubierto: (1) Exploración: Consiste en descubrir propiedades, invariancias y relaciones entre ellas, a partir de una representación de la situación, de ser necesario, haciendo modificaciones a la misma, con el fin de dar solución a un problema. (2) Visualización: A partir de acciones como observar, detallar, percibir, se detectan propiedades de una representación gráfica, con el fin de encontrar nuevas propiedades del objeto, hacer conexiones con otros, comparar con la representación matemática o con la imagen conceptual que se tiene. (3) Generalización: Esta acción se presenta cuando se expresa como un enunciado el hecho geométrico descubierto, en la exploración y visualización, lo ideal es que sea expresado en términos matemáticos y de la forma si entonces. (4) Verificación: Es poner a prueba el enunciado determinado en la generalización (conjetura).

Acciones que conforman el proceso de justificación. El grupo de investigación $\mathcal{A} \cdot G$, en Camargo et al. (2005), afirman que este proceso consiste en hacer algunas de estas acciones: una explicación, una prueba o una demostración formal de la conjetura propuesta, en el proceso de conjeturación. Sin embargo, dada la formación de los estudiantes que participaron en el experimento, quienes no contaban con un sistema teórico para hacer la demostración, asumimos este proceso como las acciones de justificar la solución de otros problemas, utilizando el hecho geométrico descubierto.

Tania Plazas,
Carmen Samper

Universidad Pedagógica Nacional. (Colombia)

tplazas@pedagogica.edu.co,
csamper@pedagogica.edu.co

¿CÓMO DEBE ACTUAR EL PROFESOR PARA PROMOVER ACTIVIDAD DEMOSTRATIVA CON ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO?

Acciones del profesor que promueven la actividad demostrativa.

El constructo actividad demostrativa busca que el aprendizaje de la justificación matemática sea producto de la construcción social del conocimiento. Martin, McCrone, Bower & Dindyal (2005) afirman que las decisiones del profesor influyen en la participación de todos los miembros de la clase para la construcción del conocimiento. Luego consideramos que es su responsabilidad que el estudiante logre producir una conjetura y una justificación, de acuerdo al nivel escolar. Esto realizando preguntas, haciendo sugerencias, fomentando la participación genuina de los estudiantes, que sus comunicaciones sean claras, entre otras.

En relación a las acciones del profesor que promueven la actividad demostrativa, nos basamos en las reportadas por Samper, Camargo & Perry (2006) y otras emergieron a partir del análisis de las clases objeto de estudio. A continuación (tabla 1) se presentan las definiciones de algunas que se usarán en el ejemplo del análisis.

| Nombre | Descripción |
|--|---|
| Da verbalmente información relativa al funcionamiento de la clase (1) | Esta acción ocurre cuando el docente, verbalmente explicita la tarea que debe realizarse en clase, menciona algunas normas sociales para el funcionamiento de la clase respecto al trabajo en grupos y la participación de cada integrante de los grupos en el desarrollo de las tareas, y establece normas sociomatemáticas como el manejo del lenguaje matemático. |
| Se informa sobre las acciones realizadas por los estudiantes al abordar una tarea durante el trabajo individual realizado en clase (2) | Si el profesor ha propuesto una tarea a todo el grupo para ser desarrollada individualmente o en grupos, entonces pasa de grupo en grupo para ver lo que están haciendo, verificar la comprensión de la tarea y de ser necesario interactuar con los estudiantes para informarse sobre el proceso que llevan a cabo. Con esta acción el profesor pretende hacerse una idea del trabajo individual para fundamentar algunas de sus decisiones en la gestión de la clase. |
| Aprovecha intervención de estudiante (3) | Ocurre cuando el profesor usa el aporte de un estudiante para continuar con la discusión, realzar elementos de dicha intervención útiles para la tarea, hacer preguntas o comentarios. Los propósitos de esta acción pueden ser determinar si los estudiantes están de acuerdo con el aporte, generar una nueva discusión, señalar puntos problemáticos o exigir sustentación de las afirmaciones. Esta acción se evidencia cuando el docente usa lo expresado o escrito por un estudiante para contribuir a la construcción del aprendizaje. |
| Parafrasea aporte de estudiante (4) | Es usual que frente a un error o alguna afirmación que considera interesante el profesor repita la intervención del estudiante expresándolo de otra forma sin agregar información. |
| Repregunta (5) | Esta acción se evidencia cuando el profesor repite una solicitud por medio de preguntas cuando evidencia que sus estudiantes muestran no haber comprendido dan respuestas incorrectas. Usualmente, debe reorganizar la idea general de la primera pregunta y en cada nueva pregunta puede aportar más información que permita el desarrollo de la tarea o de la discusión. |
| Incentiva intervención de los | Esta acción ocurre cuando el profesor invita a sus estudiantes a compartir algunas ideas con respecto a la tarea o al uso de determinados elementos teóricos en el desarrollo de la actividad. Usualmente se hace en forma de |

Metodología

La profesora que se analizó era una de las autoras del trabajo de grado. El estudio se realizó con estudiantes de sexto grado de un colegio privado de Bogotá, en el cual ella era la profesora titular de matemáticas, el espacio de geometría se realizaba una vez a la semana durante una hora. La clase que se analiza tenía como objetivo propiciar actividad demostrativa, para ello fue necesario diseñar una secuencia de tareas que permitieran generar las acciones de la actividad demostrativa.

En esta clase a cada estudiante se le entregó una hoja con el taller (Tabla 2) y unos palos de pincho con distintas medidas y de diferentes colores: dos palos amarillos (3 y 6 cm.), tres palos azules (4, 2 y 1 cm.) y dos palos rojos (7 y 5 cm.), esto palos debía usarlos para construir triángulos, para poder descubrir el hecho geométrico de la desigualdad triangular.

Escoja tres palos, cada uno de color diferente. ¿Es posible formar un triángulo con ellos? En la tabla que aparece a continuación registra las medidas de los palos y si al unirlos forman o no un triángulo.

| Color Intentos | Medida palo amarillo | Medida palo Azul | Medida palo rojo | ¿Forma un triángulo? |
|-------------------|----------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|
| Intento 1 | | | | |
| Intento 2 | | | | |
| ... | | | | |
| Intento 10 | | | | |

Con base en la información recolectada en la tabla anterior:

1. Describa cuándo NO hay triángulo.
2. Describa cuándo SI hay triángulo.
3. Escriba una conjetura.

Tabla 2. Actividad de la clase.

Análisis

En el desarrollo de la tarea, (Tabla 2) la profesora interviene para propiciar el descubrimiento del hecho geométrico, utilizando las exploraciones realizadas con los palos y registrados en las hojas.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | P | [La profesora se dirige a todo el curso.] Entonces, las que ya acabaron el primer punto, lo que vamos a hacer en el segundo punto es: Escriba cuándo no hay triángulos y cuándo si hay triángulos. Entonces empiencen a mirar la tablita. Por ejemplo, aquí me dio que no había triángulo. Entonces voy a mirar qué pasa con las medidas, para que no haya triángulos, qué pasa con las medidas para que si haya triángulo. Ahorita ya les digo qué es una conjetura. |
|---|---|---|

Tania Plazas,
Carmen Samper

Universidad Pedagógica Nacional. (Colombia)

tplazas@pedagogica.edu.co,
csamper@pedagogica.edu.co

¿CÓMO DEBE ACTUAR EL PROFESOR PARA PROMOVER ACTIVIDAD DEMOSTRATIVA CON ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO?

- | | | |
|----|---------|--|
| 2 | P | [La profesora se dirige al grupo G.] Sí pero, ¿por qué nos dio? [Pasados algunos segundos, no obtiene respuesta.] ¿Cuándo las puntas de los palitos no se unen? ¿Por qué se unen estos perfectamente? ¿Qué tienen éstos de especial para que si se formen? |
| 3 | Paula | Porque... éste es más largo... |
| 4 | P | Revisen y van anotando ¿listo? |
| 5 | Paula | Listo |
| 6 | Giselle | Profe, estamos con éste. [Se refiere al primer intento consignado en la tabla.] |
| 7 | P | [La profesora se dirige al grupo F.] Si, por ejemplo tres [cm.], un [cm.] y siete [cm.]. ¿Ya están mirando? ¿Qué tienen estos numeritos para que sea o no sea triángulo? Ya tienen las medidas... ¿qué pasa con esas medidas para que dé eso? Miren que pasa con las medidas. |
| 8 | Giselle | No se forman porque no se pueden unir los palitos. |
| 9 | P | Pero ¿por qué no se pueden unir? ¿Qué tienen de especial? Y ¿qué pasa con las medidas? ¿Por qué no se puede? |
| 10 | Giselle | Es que no alcanza. |
| 11 | P | Pero mira que en éste si funciona. Miren uno solo, mírenle... Traten de... ¿Qué es lo que pasa? Miren por qué se forma... |

En busca de lograr la generalización por parte de sus estudiantes, la profesora *parafrasea* (4) el segundo punto de la tarea diciéndoles a las estudiantes en qué deben centrar su atención para detectar la generalidad [1]. Para que las estudiantes entiendan la tarea les da información sobre qué analizar (las medidas) e *informa en qué se ocuparán en la siguiente parte de la clase* (1). Posteriormente la profesora interactúa con los grupos G y F [2-5] y [6-11] para propiciar la acción de generalización. Su primera intervención con el grupo G es *para informarse* (2) [2] y, al no recibir respuesta de las estudiantes, *vuelve a preguntar* (5). A través de sus preguntas, provee información sobre el proceso que deben hacer. Finalmente *incentiva* (6) a las estudiantes a continuar con la tarea y escribir lo que descubren [4].

Luego la profesora se fija en el trabajo del grupo F. Las estudiantes están mirando la información correspondiente al primer intento. Ella *aprovecha* (3) para centrar la atención de las estudiantes en las medidas de los palos [7]. Giselle reacciona afirmando [8] que no se forma el triángulo con esos palos e inmediatamente la *profesora pregunta* (5) el por qué de ello. Esta pregunta la complementa con otras para dirigir su atención a las medidas, buscando que encuentren la relación de éstas con la formación o no del triángulo [9]. En su última intervención con este grupo, la profesora *incentiva* (6) a las estudiantes a continuar la tarea para que logren la generalización [11].

Conclusiones

Evidenciamos que es posible que los estudiantes de nivel escolar desarrollen actividad demostrativa, sin embargo, dado que con el grupo de estudiantes, foco de análisis, no se había tratado de hacer algo similar, ni se había organizado un sistema teórico, fue necesario cambiar el segundo proceso, el de justificación. Lo que es claro para nosotros es que es necesario que el profesor tenga el propósito de hacerlo y tenga una actuación diferente en el aula. Una de las acciones principales del profesor, para que se promueva la actividad demostrativa, es el diseño de tareas, las cuales deben ser problemas de tipo abierto, accesibles, que la solución no sea un proceso conocido y que su respuesta no sea inmediata, de tal forma que los estudiantes puedan descubrir algo, a partir de exploraciones y visualizaciones.

En este tipo de clase, se fomenta la construcción social del conocimiento, en esta el estudiante participa activamente, descubriendo hechos geométricos por medio de las acciones de la actividad demostrativa, el profesor no es el único responsable de generar conocimiento para que los estudiantes lo adquieran, por tanto, él debe favorecer su participación real en el aula.

Este trabajo es una puerta para promover un ambiente de clase en el cual se favorezca el aprendizaje de los estudiantes y la construcción social del conocimiento, en especial de la justificación matemática.

Bibliografía

- Camargo, L., Perry, P. & Samper, C. (2005). La demostración en la clase de geometría: ¿puede tener un papel protagónico? *Educación Matemática*, 17, 53-76.
- Martin, T., McCrone, S. S., Bower, M. W. & Dindyal, J. (2005). The interplay of teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 95 - 124.
- Ospina, Y. & Plazas, T. (2011). Acciones del profesor que promueven actividad demostrativa con estudiantes de sexto grado. Trabajo de grado no publicado. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Samper, C., Camargo, L. & Perry, P. (2006). *Geometría Plana: un espacio para el aprendizaje*. Informe de investigación presentado al Centro de investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional (CIUP).

